جامعة البعث	امتحان مقرر التحليل العددي	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية- رياضيات	المدة : ساعة ونصف
	الفصل الأول 2017-2018	الدرجة : 100

السؤال الأول: (25 درجة)

1- اكتب العدد $(45.78125)_{10}$ بالنظامين الثنائي و الست عشري.

2- اكتب عبارة الخطأ المطلق والخطأ النسبي المرتكبين أثناء حساب قيم الدوال .

السؤال الثاني: (40 درجة)

1-لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	2	-1	-2	11	74

و المطلوب :

آ-أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة، و قيمة هذه الدالة عند النقطة $x = -2$ وقيمة الخطأ المرتكب.

ب- احسب بطريقة سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل $\int_{-1}^{3} f(x)dx$.

ج- احسب بطريقة الأمثال غير المحدودة (ثلاثة جدود) المشتق الأول للدالة عند النقطة $x=0$.

3- استخدم طريقة رونج .كوتا لإيجاد الحل التقريبي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' = x - y$$
$$y(0) = 2$$

عند النقطة $x = 0.2$ ، معتبراً أن $h = 0.2$.

السؤال الثالث: (35 درجة)

1- أوجد بطريقة نيوتن-رافسون الحل التقريبي الأول و الحل التقريبي الثاني للمعادلة $x^3 + 2x - 1 = 0$ ، علماً أن الجذر موجود في المجال [0 , 1] ، بفرض أن $x_0 = 0$ ،

2- لتكن لدينا مجموعة المعادلات الخطّية التالية:

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 8$$
$$x_1 + 7x_2 - x_3 = -7$$
$$x_1 - x_2 + 8x_3 = 10$$

، و المطلوب :

أ- دراسة تقارب الحل بطريقة التقريبات المتتالية.

ب-حساب الخطأ المرتكب بعد 10 تقريبات متتالية للحل .

انتهت الأسئلة

2017/1/18 — مدرس المادة : د . حامد عباس

جامعة البعث | امتحان مقرر التحليل العددي | الاسم :
كلية العلوم | لطلاب السنة الثانية– رياضيات | المدة : ساعة ونصف
الفصل الأول 2017–2018 | الدرجة : 100

السؤال الأول: (25 درجة)

1– اكتب العدد $(45.78125)_{10}$ بالنظامين الثنائي و الست عشري.

2– اكتب عبارة الخطأ المطلق والخطأ النسبي المرتكبين أثناء حساب قيم الدوال .

السؤال الثاني: (40 درجة)

1–لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	2	-1	-2	11	74

و المطلوب :

آ–أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة، و قيمة هذه الدالة عند النقطة $x = -2$ وقيمة الخطأ المرتكب.

ب– احسب بطريقة سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل $\int_{-1}^{3} f(x)dx$.

ج– احسب بطريقة الأمثال غير المحدودة (ثلاثة حدود) المشتق الأول للدالة عند النقطة $x=0$.

3– استخدم طريقة رونج .كوتا لإيجاد الحل التقريبي للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' = x - y$$
$$y(0) = 2$$

عند النقطة $x = 0.2$ ، معتبراً أن $h = 0.2$.

السؤال الثالث: (35 درجة)

1– أوجد بطريقة نيوتن–رافسون الحل التقريبي الأول و الحل التقريبي الثاني للمعادلة $x^3 + 2x - 1 = 0$ ، علماً أن الجذر موجود في المجال $[0 , 1]$ ، بفرض أن $x_0 = 0$ ،

2- لتكن لدينا مجموعة المعادلات الخطّية التالية:

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 8$$
$$x_1 + 7x_2 - x_3 = -7$$
$$x_1 - x_2 + 8x_3 = 10$$

، و المطلوب :

أ- دراسة تقارب الحل بطريقة التقريبات المتتالية.

ب–حساب الخطأ المرتكب بعد 10 تقريبات متتالية للحل .

********************انتهت الأسئلة ********************

2017/1/18

مدرس المادة : د . حامد عباس

سلم تصحيح مقرر التحليل العددي

لطلاب السنة الثانية- رياضيات الفصل الأول 2017-2018

السؤال الأول : (25 درجة)

$45/2=22 \Rightarrow b_0=1$; $0.78125\times 2=1.5625\Rightarrow b_{-1}=1$

$22/2=11 \Rightarrow b_1=0$; $0.5625\times 2=1.125\Rightarrow b_{-2}=1$

(8) $11/2=5 \Rightarrow b_2=1$ $0.125\times 2=0.25\Rightarrow b_{-3}=0$

$5/2=2 \Rightarrow b_3=1$,$0.25\times 2=0.5\Rightarrow b_{-4}=0$

$2/2=1 \Rightarrow b_4=0$,$0.5\times 2=1\Rightarrow b_{-4}=1$

$1 \Rightarrow b_5=1$

(2) $(45.78125)_{10}=(101101.11001)_2$

(8) $45/16=2.8125 \Rightarrow b_0=d$; $0.78125\times 16=12.5\Rightarrow b_{-1}=c$

$2 \Rightarrow b_1=2$; $0.5\times 16=8 \Rightarrow b_{-2}=8$

(2) $(45.78125)_{10}=(2d\,c8)_{16}$

--2 $$(\Delta_f)_{max}\le \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|\Delta_{x_i}$$

(5) $$(\delta_f)_{max}=(\frac{\Delta_f}{f})_{max}$$

السؤال الثاني: (40 درجة)

لنكتب جدول الفروق المقسومة للدالة المفروضة:

(4)

x_i	y_i	Dy_i	D^2y_i	D^3y_i	D^4y_i	D^5y_i
-1	2					
		-3				
0	-1		1			
		-1		2		
1	-2		7		1	
		13		6	1	0
2	**11**		**25**	**10**		
		63	**55**			
3	**74**	**173**				
4	**247**					

تعطى كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة الفروق المقسومة بالعلاقة

(4) $$p_n(x) = y_0 + Dy_0(x-x_0) + D^2 y_0(x-x_0)(x-x_1) + ...$$
$$...+ D^n y_0(x-x_0)(x-x_1).....(x-x_{n-1})$$

بالتعويض نجد كثيرة حدود الاستيفاء المطلوبة:

(4) $$p_3(x) = 2 - 3(x+1) + (x+1)(x) + (2)(x+1)(x)(x-1) +$$
$$+(x+1)(x)(x-1)(x-2) = x^4 - 2x - 1$$

(1) $$f(-2) \cong P_4(3) = 19$$

(3)

$$R(x) = \frac{\omega(x) f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} = \omega(x) D^{n+1} y_0 \Rightarrow R(x) = \omega(x) D^5 y_0 = 0$$

$$,\omega(x) = (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

حسب دستور سيمبسون لحساب التكاملات :

(3) $$\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + ... + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + ... + f_{n-2}) + f_n]$$

(2) $$\int_{-1}^{3} f(x)dx \cong \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3) + 2f_2 + f_4]$$
$$= \frac{1}{3}[2 + 4(10) + 2(-2) + 74] = 112/3$$

ج-

(3) $$f'(x_0) \cong \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h}$$

(2) $$f'(-1) \cong \frac{-3(2) + 4(-1) + 2}{2} = -4$$

3- نطبّق دستور رونج . كوتا فنجد إن :

(4) $$y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

حيث إن :

(8)
$$k_1 = hf(x_0, y_0) = 0.2(x_0 - y_0) = 0.2(0-2) = -0.4$$
$$k_2 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2) = 0.2(0.1 - 1.8) = -0.34$$
$$k_3 = hf(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2) = 0.2(0.1 - 1.8) = -0.346$$
$$k_4 = hf(x_0 + h, y_0 + k_3) = 0.2(0.2 - y_0 + k_3) = -0.2908$$

بالتبديل نحصل على الحل التقريبي الأول للمعادلة التفاضلية المطلوبة عند النقطة $x = 0.2$ ،
أي أن:

(2) $$y_1 = y(0.2) = 2 + \frac{1}{6}[-0.4 + 2(-0.34) + 2(-0.346) + $$
$$+ (-0.2908)] = 1.6562$$

السؤال الثالث (35 درجة) $f(x) = x^3 + 2x - 1 \quad , f'(x) = 3x^2 + 2$

1- بتطبيق دستور نيوتن:

(5) $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_m)}{f'(x_n)}$$

(5) $$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.5$$

(5) $$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = \frac{5}{11} = 0.454545645$$

2- نكتب مجموعة المعادلات الخطِّية المفروضة بالشكل $X = \beta + \alpha X$ فنجد :

(3)
$$x_1 = \frac{1}{8}[8 - x_2 - x_3]$$
$$x_2 = \frac{1}{7}[-7 - x_1 + x_3]$$
$$x_3 = \frac{1}{8}[10 - x_1 + x_2]$$

حيث أن :

(3) $$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -1/8 & -1/8 \\ -1/7 & 0 & 1/7 \\ -1/8 & 1/8 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10/8 \end{pmatrix}$$

حتى يكون الحل متقارباً يجب أن يتحقق أحد شروط التقارب ، أي أن :

(3) $$\|\alpha\|_{II} = \max_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| = \max(1/4 \ , \ 2/7 \ , \ 1/4) = 2/7 < 1$$

(3) $$\|\beta\|_{II} = \max_{1 \le j \le n} |x_i| = \max(1 \ , \ 1 \ , \ 10/8) = 10/8$$

وبالتالي فإن الحل متقارب من الحل الحقيقي باستخدام طرائق التقريبات المتتالية.

لنفرض الآن أن الخطأ المرتكب هو R ، ولنحسب هذا الخطأ بعد **10** تقريبات متتالية وذلك بحسب العلاقة:

(4) $$\|X - X^{(k)}\|_{II} \le \frac{\|\alpha\|_{II}^{K+1}}{1 - \|\alpha\|_{II}} \|\beta\|_{II}$$

(4) $$R = \|X - X^{(k)}\|_{II} \le = \frac{(2/7)^{11}(10/8)}{1 - 2/7} = 0.0000016571869$$

****

د. جامد عباس

2018/1/18